NRW. prüfungen.10

Zentrale Prüfungen am Ende der Klasse 10

Die mündliche Prüfung im Fach Mathematik

– Fachliche Hinweise –

Diese fachlichen Hinweise schließen an die Erfahrungen mit mündlichen Prüfungen in der Sekundarstufe I – vor allem Nachprüfungen und Externenprüfungen – an und liefern ein konkretes Beispiel für eine mögliche Gestaltung der mündlichen Abweichungsprüfungen unter Berücksichtigung der Verfügung für die zentralen Prüfungen am Ende der Klasse 10.

Die Verantwortung für die Gestaltung der mündlichen Abweichungsprüfung liegt in den Händen der jeweiligen Fachprüfungsausschüsse.

1. **Gegenstand und Ziel der mündlichen Prüfung**
   - 1.1 Gegenstand der mündlichen Prüfung
   - 1.2 Ziel der mündlichen Prüfung
2. **Beispiele für Aufgaben und Prüfungsverläufe**
   - 2.1 Hauptschule (Klasse 10 Typ A) und Gesamtschule (Grundkurs)
   - 2.2 Hauptschule (Klasse 10 Typ B), Gesamtschule (Erweiterungskurs), Realschule und Gymnasium
3. **Erfassung und Bewertung der mündlichen Leistung**

1. Gegenstand und Ziel der mündlichen Prüfung

1.1 Gegenstand der mündlichen Prüfung

Die mündliche Prüfung bezieht sich auf zwei der drei den Schülerinnen und Schülern vorab mitgeteilten Unterrichtsvorhaben aus der Klasse 10. Die zwei Unterrichtsvorhaben sollen etwa gleichgewichtig geprüft werden. Dabei muss ein Unterrichtsvorhaben einen unmittelbaren Bezug zu den unterrichtlichen Vorgaben zur Vorbereitung auf die zentralen Prüfungen am Ende der Klasse 10 aufweisen (vgl. Verfügung Zentrale Prüfungen 10).

1.2 Ziel der mündlichen Prüfung

Ziel der Prüfung ist festzustellen, in welchem Ausmaß der Prüfling die mit den beiden Unterrichtsvorhaben verbundenen und in den Kernlehrplänen ausgewiesenen Kompetenzen (Kap. 2 und 3.3) erworben hat. Mathematische Grundbildung beschränkt sich nicht auf die Fähigkeit, Rechenverfahren fehlerfrei durchführen zu können. Vielmehr ist ein verständiger Umgang mit Mathematik ein guter Indikator dafür, ob der Prüfling die in den Kernlehrplänen geforderten Kompetenzen nachhaltig erworben hat. Zu einem solchen verständigen Umgang gehören tragfähige individuelle Vorstellungen von mathematischen Objekten und Zusammenhängen sowie die Fähigkeit Bezüge zwischen verschiedenen mathematischen Sachverhalten herstellen und nutzen zu können. Diese Aspekte sind in einer schriftlichen Prüfung nur begrenzt erfassbar und sollten den Schwerpunkt einer mündlichen Prüfung darstellen.

Dementsprechend darf sich die mündliche Prüfung nicht auf das Bearbeiten und Vorrechnen von Aufgaben, die auch Gegenstand einer schriftlichen Leistungsüberprüfung sein können, konzentrieren. Die 10-minütige Vorbereitungszeit dient daher nicht der rechnerischen Bearbeitung einer Aufgabe, sondern der gedanklichen Einstimmung auf die Prüfung im Sinne einer Aktivierung der mit einem Kontext verbundenen Vorstellungen und mathematischen Kompetenzen.

2. Beispiele für Aufgaben und Prüfungsverläufe

Die folgenden Beispiele für Aufgaben sind so konzipiert worden, dass dem Prüfling in der Vorbereitungszeit jeweils zu einem Unterrichtsvorhaben eine Mindmap (oder – vor allem in der Geometrie – wahlweise konkrete Gegenstände) vorgelegt wird, die die oben genannte Aktivierung von Vorstellungen und Kompetenzen in der Vorbereitungszeit ermöglicht. Darüber hinaus wird auf das zweite Unterrichtsvorhaben, das im zweiten Teil der Prüfung thematisiert wird, hingewiesen.

2.1 Hauptschule (Klasse 10 Typ A) und Gesamtschule (Grundkurs)

Ausgewählte Unterrichtsvorhaben:

(a) Geometrische Körper
(Vorgaben, Punkt 2.1 „die Bestimmung von Flächen und Volumina bei … Körpern“)

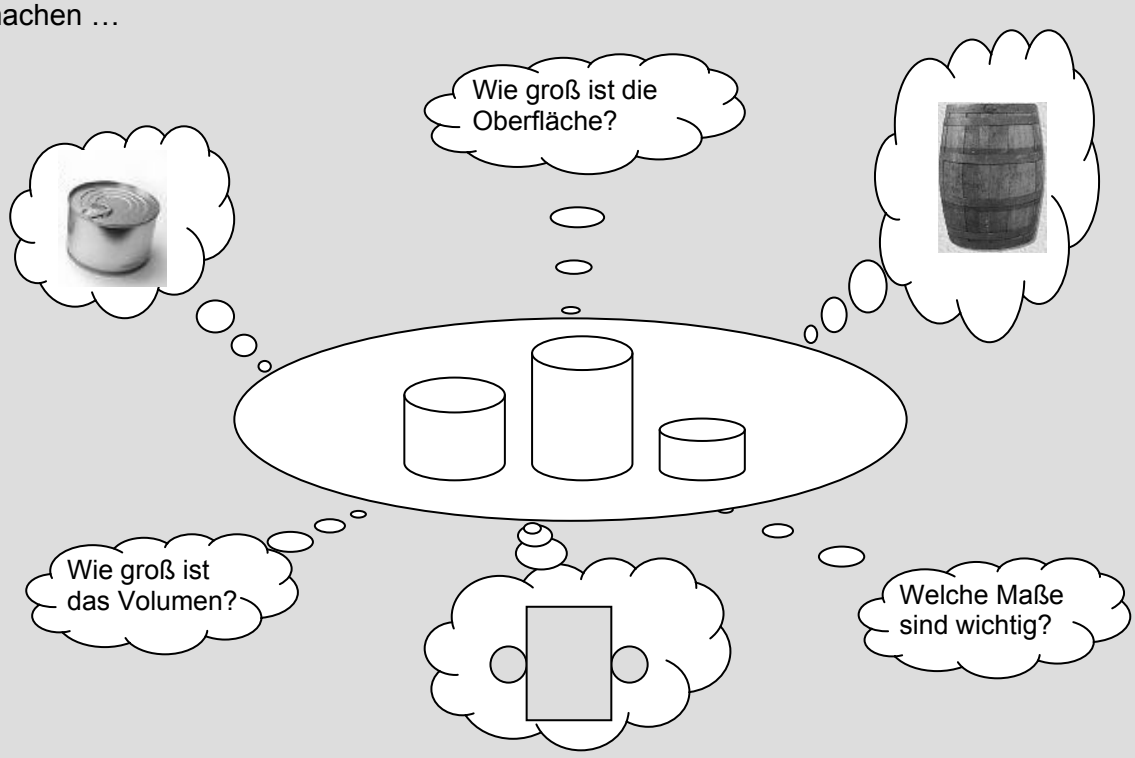
(b) Bestimmung von elementaren Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten
(in Klasse 10 durchgeführte Unterrichtsreihe)

Aufgabenstellung

Die folgende Abbildung zeigt einige konkret Gegenstände, mathematische Objekte und mögliche Fragen die damit verbunden sein können.

Im Prüfungsgespräch werden wir uns hierüber unterhalten. Dabei hast du zunächst die Gelegenheit, selbst Fragen auszuwählen, zu denen du etwas sagen möchtest.

Zur Vorbereitung darfst du Stichworte aufschreiben, Rechnungen notieren, Skizzen machen …



Im zweiten Teil der Prüfung werden wir uns mit einfachen Zufallsgeräten und Wahrscheinlichkeiten beschäftigen.

[*Anstelle dieser Mindmap können dem Prüfling auch z. B. drei unterschiedlich große Dosen, die dem Ideal eines Zylinders unterschiedlich gut genügen, „in die Hand" gegeben werden. Dann wird die schriftliche Aufgabenstellung auf die drei Leitfragen und die Abbildung des Zylindernetzes reduziert.*]

Möglicher Prüfungsverlauf

Im Folgenden werden mögliche Fragen für die einzelnen Phasen der Prüfung exemplarisch aufgelistet. Dabei werden als Anregung bewusst mehr Fragen vorgeschlagen als in einer 15-minütigen Prüfung gestellt werden können. Dem Prüfling sollten für mögliche Skizzen oder kurze Rechnungen Papier und Stift zur Verfügung stehen.

(a) Geometrische Körper

Nach einem kurzen Einstieg, der eine möglichst angenehme Prüfungsatmosphäre fördern soll und deswegen noch nicht mit fachlichen Fragen belastet werden sollte, bekommt der Prüfling zu Beginn die Gelegenheit, eigene Beobachtungen und Überlegungen zu selbst gewählten Aspekten des Themas „Geometrische Körper (Zylinder)" vorzustellen. Der Prüfling kann dabei z. B. auf die folgenden Fragen eingehen:

- Wann ist die Modellierung der abgebildeten konkreten Gegenstände durch einen Zylinder angemessen?
- Warum sind die Dosen unterschiedlich groß? Was / wie viel kann man darin verpacken?
- Wie lang dürfte ein Gegenstand, den man in der Dose verpacken möchte, maximal sein?
- Welche Dose hat das größte Volumen? Welche die geringste Oberfläche?
- Wie kann ich das Volumen des (nicht ganz zylindrischen) Fasses möglichst genau bestimmen?

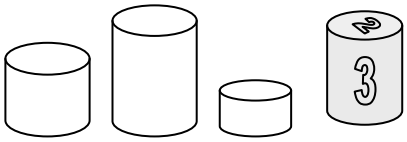
Im weiteren Verlauf des Prüfungsgesprächs können gezielte Nachfragen und vertiefende Fragen gestellt werden, z. B.:

- Angenommen eine Firma überlegt sich, ob sie Erbsen in der oben links abgebildeten Dose oder in einer Würfelförmigen Verpackung anbieten möchte. Für welche der Verpackungen benötigt man weniger Material? Wie kann man das herausfinden?
- Wie verändert sich das Volumen einer Dose, wenn man die Grundseite unverändert lässt und die Höhe verdoppelt? Wie verändert es sich, wenn man auch den Durchmesser der Grundseite verdoppelt?
- In der Mindmap wird das Netz eines Zylinders gezeigt. Wie kannst du herausfinden, welche Maße das Rechteck hat, wenn du weißt, dass der Zylinder 15 cm hoch ist und die Grundseite einen Durchmesser von 5 cm hat?
- Eine zylinderförmige Dose soll groß genug für 0,5 l Inhalt sein. Wie gehst du vor, wenn du mögliche Maße für eine solche Dose angeben sollst?
- Auf der Abbildung [*in der Situation zusätzlich vorgelegtes Bild*] siehst du einen Güterzug. Schätze den Inhalt der Tankwagons ab!
- ...

(b) Bestimmung von elementaren Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten

Im zweiten Teil der Prüfung werden elementare Wahrscheinlichkeit und einfache Zufallsexperimente thematisiert. Dabei geht es um grundlegende Vorstellungen von Wahrscheinlichkeiten und um konkrete Zufallsexperimente mit üblichen Gegenständen. Dabei sind z. B. die folgenden Fragen möglich [*der Bezug zu den Zylindern sollte nur dann ausführlich genutzt werden, wenn der Prüfling im ersten Teil kompetent mit den Zylindern umgehen konnte*]:

Stell dir vor, jemand möchte mit einem der drei abgebildeten Zylinder [*das Bild wird isoliert in dieser Situation wieder vorgelegt*] würfeln. Dazu möchte er eine „1“ auf die Unterseiten, eine „2“ auf die Oberseite und eine „3“ auf den Mantel schreiben.



- Das Spiel, das gespielt werden soll, heißt „3 gewinnt“. Mit welcher der drei Dosen würdest du das Spiel gerne spielen? Warum?
- Annabell und Raul spielen ein Spiel mit der linken Dose. Annabell gewinnt, wenn die „1“ fällt, Raul wenn, die „2“ fällt. Bei „3“ wird neu gewürfelt. Ist das Spiel „fair“?
- Jemand hat 500-mal mit einer solchen Dose gewürfelt. Dabei sind die drei Zahlen so oft gefallen:

Zahl	1	2	3
Häufigkeit	127	135	238

  Gib aufgrund der dargestellten Häufigkeiten eine Prognose ab, wie oft die einzelnen Zahlen künftig Fallen werden. Mache also einen „Wahrscheinlichkeitsansatz“.
- Jemand möchte ein Spiel spielen, bei dem nur die Zahlen Eins bis Vier benötigt werden, wobei die Zwei und die Drei jeweils öfter vorkommen sollen als die Eins und die Vier. Mache einen Vorschlag für ein Zufallsgerät mit dem dies möglich ist.

2.2 Hauptschule (Klasse 10 Typ B), Gesamtschule (Erweiterungskurs), Realschule und Gymnasium

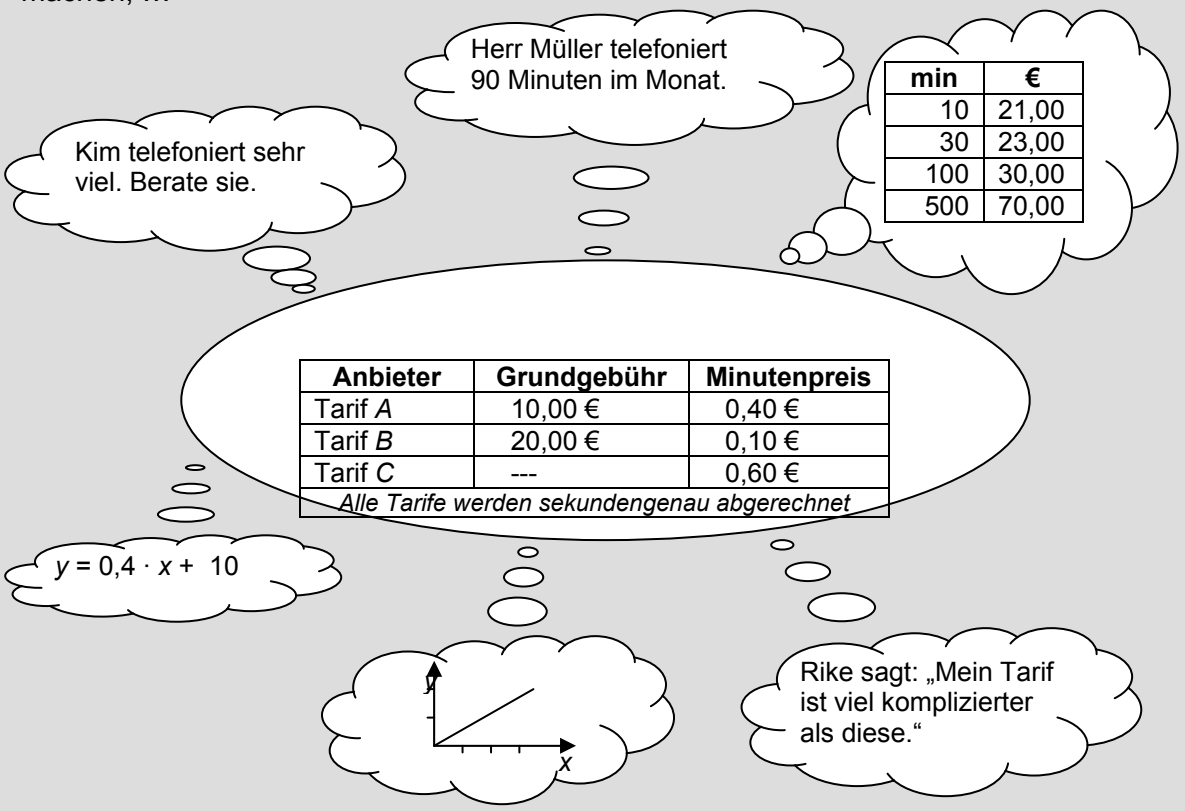
Ausgewählte Unterrichtsvorhaben:

(a) Handy-Tarife

(b) Einführung der trigonometrischen Funktionen (in Klasse 10 durchgeführte Unterrichtsreihe)

In der Mitte der folgenden Mindmap sind verschiedene Handytarife in einer Tabelle dargestellt. In den äußeren Feldern der Mindmap sind verschiedene Situationen und Themen angedeutet, die im Prüfungsgespräch thematisiert werden können. Dabei hast du zunächst die Gelegenheit, selbst Fragen auszuwählen, zu denen du etwas sagen möchtest.

Zur Vorbereitung darfst du Stichworte aufschreiben, Rechnungen notieren, Skizzen machen, …



Im zweiten Teil der Prüfung werden wir uns mit der Einführung der trigonometrischen Funktionen beschäftigen.

Möglicher Prüfungsverlauf

Im Folgenden werden mögliche Fragen für die einzelnen Phasen der Prüfung exemplarisch aufgelistet. Dabei werden als Anregung bewusst mehr Fragen vorgeschlagen als in einer 15-minütigen Prüfung gestellt werden können. Dem Prüfling sollten für mögliche Skizzen oder kurze Rechnungen ein Papier und Stift zur Verfügung stehen.

(a) Handy-Tarife

Nach einem kurzen Einstieg, der eine möglichst angenehme Prüfungsatmosphäre fördern soll und deswegen noch nicht mit fachlichen Fragen belastet werden sollte, bekommt der Prüfling zu Beginn die Gelegenheit, eigene Beobachtungen und Überlegungen zu selbst gewählten Aspekten des Themas „Geometrische Körper (Zylinder)“ vorzustellen. Der Prüfling kann dabei z. B. auf die folgenden Fragen eingehen:

- Wie unterscheiden sich die Handy-Tarife qualitativ (mit / ohne Grundgebühr, hoher / niedriger Minutenpreis, etc.)?
- Welche Folgen haben diese Unterschiede für die Entscheidung für einen Tarif?
- Wie geht man vor, wenn man für eine bestimmte monatliche Gesprächsdauer den besten Tarif finden möchte?
- Wie kann man die Tarife mit Tabellen und einem Tabellenkalkulationsprogramm untersuchen?
- Wie realistisch sind Tarife, die nur aus einer Grundgebühr und einem einzigen Minutenpreis bestehen? Welche Tarife gibt es noch?

Im weiteren Verlauf des Prüfungsgesprächs können gezielte Nachfragen und vertiefende Fragen gestellt werden, z. B.:

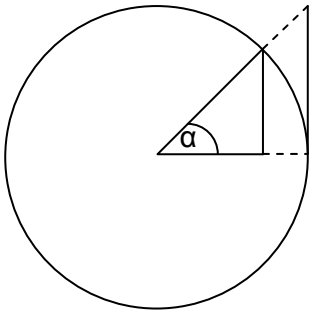
- Wie gehst du vor, wenn man für einen der drei angegebenen Tarife einen Funktionsterm aufstellen möchte?
- Wie lautet ein Funktionsterm zu Tarif *B*?
- Wenn für alle Tarife Funktionsterme vorliegen, wie kannst du dann entscheiden, für welche Intervalle von Nutzungsdauern, welcher Tarif am besten ist?
- Bei welchen Fragen arbeitest du mit den Funktionsgrafen? Wann mit den anderen Darstellungsarten?
- Wie kannst du einen komplexeren Tarif untersuchen?
- Wie kannst du bei einer linearen Funktion bei vorgegebenem Funktionsgrafen den Funktionsterm aufstellen? Und wie erhältst du den Funktionsgrafen aus dem Funktionsterm?

(b) Einführung der trigonometrischen Funktionen

Im zweiten Teil der Prüfung wird die in der aktuellen Unterrichtsreihe behandelte Einführung der trigonometrischen Funktionen thematisiert. Dabei geht es sowohl um die elementargeometrischen Definitionen von `sin`, `cos` und `tan`, als auch um die Betrachtung des funktionalen Zusammenhangs zwischen Bogenmaß und `sin`, `cos` bzw. `tan` sowie um die Beziehungen von `sin`, `cos` und `tan` untereinander.

In den letzten Wochen haben wir die Dreiecksberechnung vertieft und die trigonometrischen Funktionen eingeführt.

- Erläutere anhand der Skizze, wie ▫▫▫, ▫▫▫ und ▫▫▫ definiert sind.
- Welche Kenntnisse aus der Geometrie, die wir früher behandelt haben, helfen dir bei der Berechnung von konkreten Funktionswerten.
- Skizziere die drei trigonometrischen Funktionen.
- In welchen Anwendungsgebieten sind die trigonometrischen Funktionen besonders wichtig?
- Kennst du Prozesse, die sich durch trigonometrische Funktionen gut beschreiben lassen?



3. Erfassung und Bewertung der Prüfungsleistung

Bei der Erfassung der Prüfungsleistung kann sich der Prüfungsausschuss an den folgenden Fragen orientierten:

- Waren die Darstellungen des Prüflings auf die Fragen bezogen?
- Waren die Darstellungen des Prüflings fachlich richtig?
- Hat der Prüfling eine angemessene Fachsprache benutzt?
- Waren die Argumentationen nachvollziehbar?
- Hat der Prüfling seine Darstellung durch Skizzen u. ä. angemessen unterstützt?
- Konnte der Prüfling seine Kenntnisse und Fertigkeiten in der Prüfung der Problemstellungen angemessen flexibel anwenden?
- Konnte der Prüfling – wo dies erforderlich war – Zusammenhänge zwischen mathematischen Sachverhalten herstellen und nutzen?
- Konnte der Prüfling – wo dies erforderlich war – seine Bearbeitungen reflektieren?

Bei der Bewertung der Prüfungsleistung sollten die allgemeinen Richtlinien zur Bewertung vor dem Hintergrund der jeweiligen Schulform (und ggf. des Klassen- bzw. Kurstyps) mithilfe der oben angegebenen Leitfragen angewendet werden.